Quantoren

1 Einleitung

Definition

Aussage und Negation

1 Einleitung

Definition

Implikation

1 Einleitung

Definition

Umkehrung und Kontraposition

1 Einleitung

Eine **Aussage** ist eine Beschreibung oder Mitteilung eines Sachverhalts, welche eindeutig als *wahr* oder *falsch* klassifiziert werden kann. Die Negation von Aussage A , geschrieben als $\overline{A}$ oder seltener $\neg A$, ist wahr, wenn A falsch ist, und ist falsch, wenn A wahr ist.

Das Zeichen $\forall$ steht für " *für alle* ".
Zum Beispiel bedeutet

$$(2x+6)/2 - x = 3\,\forall x$$

dass die Gleichung für alle denkbaren Werte von x gilt.
Das Zeichen $\exists$ bedeutet " *es existiert* ".
Zum Beispiel beudeutet

$$\exists x : x > 3$$

dass ein x existiert, welches grösser als 3 ist.

Die **Umkehrung** der Implikation $B \Rightarrow A$ ist $B \Rightarrow A$.
Die **Kontraposition** der Implikation $A \Rightarrow B$ ist $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$

Ist B immer dann wahr, wenn A wahr ist, so ist die *Implikation* $A \Rightarrow B$ wahr.
Wir sagen dann auch, dass $A \Rightarrow B$ gilt.
Die Implikation ist auch wahr, wenn sowohl A als auch B wahr sind.
Nur wenn A wahr und B falsch ist ist, die Implikation falsch. Dann schreibt mann auch $A \not\Rightarrow B$

SATZ

Rückschluss von Implikation auf Kontraposition

1 EINLEITUNG

DEFINITION

Notwendige und hinreichende Bedingungen

1 EINLEITUNG

DEFINITION

Äquivalenz

1 EINLEITUNG

SATZ

Beispielsatz zum Beweis über Zwischenschritte

1 EINLEITUNG

Ist die Implikation $A \Rightarrow B$ wahr, so bezeichnet man die Aussage A als **hinreichende Bedingung** für B .
Die Aussage B nennt man auch **notwendige Bedingung** für B .

Ist die Implikation $A \Rightarrow B$ wahr, so ist die Kontraposition $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ auch wahr.

Gilt für zwei Zahlen $a > b$, so gilt $a^2 + b^2 > 2ab$.

Falls sowohl $A \Rightarrow B$ als auch $B \Rightarrow A$ wahr ist, nennt man A und B **äquivalent** .
Man schreibt auch $A \Leftrightarrow B$.

SATZ

Beispielsatz zum Beweis durch Fallunterscheidung

1 EINLEITUNG

SATZ

Beispielsatz zum Beweis durch vollständige Induktion

1 EINLEITUNG

SATZ

Gausssche Summenformel

1 EINLEITUNG

SATZ

Der Binomische Lehrsatz

1 EINLEITUNG

Ist n eine natürliche Zahl, dann gilt $\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = 1+3+\ldots+(2n-1) = n^2$.

Sind a und b reelle Zahlen, dann gilt $|a+b| \leq |a| + |b|$.

Ist n eine natürliche Zahl, so gilt

$$(a+b)^n = \binom{n}{0}a^n b^0 + \binom{n}{1}a^{n-1}b^1 + \ldots + \binom{n}{n}a^0 b^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}a^{n-k}b^k$$

Ist n eine natürliche Zahl, dann gilt

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

SATZ

Beispielsatz zum indirekten Beweis

1 EINLEITUNG

Sei n eine natürliche Zahl. Ist n^2 gerade, so ist n gerade.